ISSN: 3093-9305 VOLUME - 3

JOURNAL OF GLOBAL SCIENTIFIC INNOVATIONS



worldjournal.uz

CHIZIQLI OPERATORNING XOS SON VA XOS VEKTORLARI.

[1]Shomurodov J.F., [2]Artikova B., [3]Ataxanova S.E.

[1]Toshkent davlat transport unversiteti, dotsent

[2]Toshkent davlat transport unversiteti, assistent

[3]Toshkent davlat transport uinversiteti, Qurilish muhandisligi fakulteti talabasi

jakhongir_shf@mail.ru

Annotatsiya: Ushbu maqolada chiziqli operatorlarning xos sonlari va xos vektorlari tushunchasi nazariy va amaliy jihatdan ko‘rib chiqilgan. Chiziqli operatorlar va ularning matritsa ko‘rinishidagi ifodalanishi bayon etilgan. Shuningdek, xos son va xos vektor tushunchalari keltirilib, ularni aniqlash usullari misollar orqali bayon etilgan.

Kalit so‘zlar: chiziqli, operator, xos son, xos vektor.

СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ И СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА

Аннотация: В данной статье рассматривается понятие собственных значений и собственных векторов линейных операторов с теоретической и практической точки зрения. Описываются линейные операторы и их представление в матричной форме. Также вводятся понятия собственного значения и собственного вектора, а также на примерах объясняются методы их определения.

Ключевые слова: линейный оператор, собственное значение, собственный вектор.

EIGENVALUES AND EIGENVECTORS OF A LINEAR OPERATOR

Abstract: This article examines the concept of eigenvalues and eigenvectors of linear operators from a theoretical and practical point of view. Linear operators and their representation in matrix form are described. The concepts of eigenvalue and eigenvector are also introduced, and methods for determining them are explained using examples.

Keywords: linear operator, eigenvalue, eigenvector.

Aytaylik, $A=\lfloor a_{ij} \rfloor_{m\times n}$ matritsa berilgan bo‘lsin. Agar X – n o‘lchovli vektor (ustun-vektor) bo‘lsa, $A\cdot X$ ko‘paytma mavjud bo‘lib, u m o‘lchovli Y vektordan iborat bo‘ladi va

$$A\cdot X=Y \tag{1}$$

chiziqli almashtirishga ega bo‘lamiz [1,2]. (1) da A – chiziqli almashtirish matritsasi deb ataladi. Agar chiziqli almashtirish matritsasi kvadrat matritsadan iborat bo‘lsa, ($m=n$), u holda X va Y lar bir xil n o‘lchovli vektorlardan iborat bo‘lib, ular kollinear bo‘lishi ham, bo‘lmasligi ham mumkin. Bu vektorlarning kollinear bo‘lib, qolgan holi alohida ahamiyatga ega bo‘lib, bu hol ko‘p masalalarni hal qilishda uchraydi.

Agar A kvadrat matritsaga ega bo‘lgan (1) chiziqli almashtirish biror noldan farqli X vektorni o‘ziga kollinear bo‘lgan Y vektorga akslantirsa (o‘tkazsa), X vektor A kvadrat matritsaning (chiziqli almashtirishning) *xos vektori*, Y ning X ga proporsionallik koeffitsiyentidan iborat bo‘lgan λ son esa uning *xos soni* deyiladi [4].

Demak, agar X berilgan A kvadrat matritsaning xos vektori bo‘lsa, yuqoridagi ta’rif bo‘yicha

$$AX=\lambda X \tag{2}$$

tenglik o‘rinli bo‘lib, bu yerda λ matritsaning xos sonidan iboratdir.

(2) ni oddiy shakl o‘zgartirishlar yordamida

$$(A-\lambda E)X=0 \tag{3}$$

ko‘rinishga keltirish qiyin emas. Bu X ga nisbatan bir jinsli matritsaviy tenglamadir. Agar

$$X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{pmatrix}$$

deb, $A=\lfloor a_{ij} \rfloor_n$ - kvadrat matritsa ekanligini hisobga olsak, (3) dan

$$\sum_{j=1}^{n}(a_{ij}-\lambda\delta_{ij})x_j=0,\ \ i=\overline{1;n} \tag{4}$$

n noma'lumli *n* ta chiziqli algebraik tenglamalarning bir jinsli sistemasini olamiz, bu yerda δ_{ij} - Kroneker belgisidir. Bu bir jinsli sistema noldan farqli yechimga ega bo'lishi uchun uning determinanti nolga teng bo'lishi zarur va yetarli ekanligi bizga ma'lum [1-3]:

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}-\lambda \end{vmatrix} = 0. \qquad (5)$$

Bu (5) λ ga nisbatan tenglama bo'lib, undan *A* matritsaning xos soni aniqlanadi. Umumiy holda, (5) dan ko'rinadiki, λ ga nisbatan *n*- darajali algebraik tenglamaga egamiz. Algebraning asosiy teoremasiga ko'ra bu tenglama *n* ta kompleks ildizga ega bo'lib [4], ular oddiy yoki karrali bo'lishi mumkin.

Demak, (5) tenglamani yechib, λ xos sonning qiymati aniqlangach, uni (4) ga qo'yish natijasida determinanti nolga teng bo'lgan bir jinsli sistemani olamiz va uning noldan farqli yechimini topib, *A* matritsaning xos vektorini aniqlaymiz.

1-misol.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

matritsaning xos soni va xos vektori topilsin.

Yechish. (5) tenglamani yozamiz va uni echamiz:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 4 \\ 3 & 5-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\lambda^2 - 6\lambda - 7 = 0 \Rightarrow \lambda_{-1} = -1, \quad \lambda_2 = 7$$

Demak, *A* matritsa ikkita haqiqiy xos sonlarga ega. Endi, bu xos sonlarning har biriga mos keladigan xos vektorlarni aniqlaymiz. Buning uchun topilgan λ xos son qiymatini (4) ga qo'yib, undan noldan farqli yechimni aniqlaymiz.

1) λ =-1 xos son uchun:

$$\begin{cases} (1-(-1))x_1 + 4x_2 = 0, \\ 3x_1 + (5-(-1))x_2 = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 0, \\ 3x_1 + 6x_2 = 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$x_1 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -2x_2.$$

Xos vektor: $\begin{pmatrix} -2x_2 \\ x_2 \end{pmatrix} = x_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \ x_2 \neq 0.$

Agar $x_2=1$ desak,

$$X_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

xos vektorni olamiz.

2) $\lambda = 7$ xos son uchun:

$$\begin{cases} -6x_1 + 4x_2 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 = 0; \end{cases} \Leftrightarrow 3x_1 - 2x_2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x_2 = \frac{3}{2}x_1.$$

Xos vektor: $X_2 = \begin{pmatrix} x_1 \\ \frac{3}{2}x_1 \end{pmatrix}$

Agar $x_1=2$ desak,

$$X_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

xos vektorni olamiz.

2-misol.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 17 & 1 \end{pmatrix}$$

matritsaning xos vektorlari aniqlansin.

Yechish.

$$\begin{vmatrix} 3-\lambda & -1 \\ 17 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - 4\lambda + 20 = 0;$$

$$\lambda_1 = 2 + 4i, \quad \lambda_2 = 2 - 4i.$$

Demak, matritsaning xos sonlari mavhum.

1) $\lambda = \lambda_1 = 2 + 4i$:

$$\begin{cases}(3-(2+4i))x_1-x_2=0,\\ 17x_1+(1-(2+4i))x_2=0;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(1-4i)x_1-x_2=0,\\ 17x_1-(1+4i)x_2=0;\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow x_2=(1-4i)x_1;$$

Xos vektor:

$$X_1=\begin{pmatrix}x_1\\(1-4i)x_1\end{pmatrix}=x_1\begin{pmatrix}1\\1-4i\end{pmatrix}.$$

$x_1=1$ deb olsak,

$$X_1=\begin{pmatrix}1\\1-4i\end{pmatrix}$$

xos vektor kelib chiqadi.

2) $\lambda=\lambda_2=2-4i$:

$$\begin{cases}(3-(2-4i))x_1-x_2=0,\\ 17x_1+(1-(2-4i))x_2=0;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(1+4i)x_1-x_2=0,\\ 17x_1-(1-4i)x_2=0;\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow x_2=(1+4i)x_1;$$

Xos vektor:

$$X_2=\begin{pmatrix}x_1\\(1+4i)x_1\end{pmatrix}=x_1\begin{pmatrix}1\\1+4i\end{pmatrix}.$$

$x_1=1$ deb olsak,

$$X_2=\begin{pmatrix}1\\1+4i\end{pmatrix}.$$

xos vektorni olamiz.

Matritsaning (chiziqli almashtirishning) turli xos sonlariga mos keluvchi xos vektorlarining sistemasi chiziqli erkli bo‘lishi isbotlangan [4,5].

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Ayupov A.Sh., Omirov B.A., Xudoyberdiev A.X., Haydarov F.H. Algebra va sonlar nazariyasi, Toshkent, «Tafakkur bo‘stoni», 296 bet, 2019 y rtjrtykkltul.
2. Bayturayev A.M. Kucharov R.R. Algebra va geometriya. O‘quv qo‘llanma. Toshkent 2020.
3. Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K., Fundamentals of abstract algebra.-WCB McGrew-Hill, 1997, p.636.
4. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре, Санкт-Петербург, 1999 г.
5. I.Allakov. Sonlar nazariyasidan misol va masalalar. –T. Innovatsion rivojlanish nashriyot matbaa uyi. 2020. 348b.

worldjournal.uz